

# Úvod do mobilní robotiky – NAIL028

## Exaktní plánování

Jiří Iša (a Zbyněk Winkler)

Matematicko-fyzikální fakulta Univerzity Karlovy v Praze

27. listopadu 2008

# Obsah

- 1 Popis problému
- 2 Nejkratší cesta
- 3 Bezpečná cesta
- 4 Rozumná cesta
- 5  $\mathcal{C}$ -space

Popis problému  
Nejkratší cesta  
Bezpečná cesta  
Rozumná cesta  
C-space

## Motivace

Reprezentace prostředí a robota  
Typy plánovacích algoritmů  
Formulace plánovacího problému (light)

# Motivace

- Přeprava křídél Airbusu.

# Motivace

- Přeprava křídél Airbusu.
- Navigační systémy.

Popis problému  
Nejkratší cesta  
Bezpečná cesta  
Rozumná cesta  
C-space

## Motivace

Reprezentace prostředí a robota  
Typy plánovacích algoritmů  
Formulace plánovacího problému (light)

# Motivace

- Přeprava křídél Airbusu.
- Navigační systémy.
- Výrobní roboty.

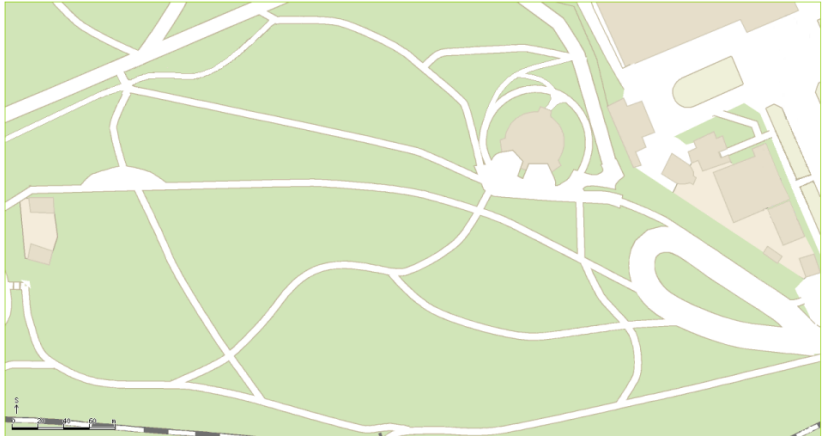
# Motivace

- Přeprava křídél Airbusu.
- Navigační systémy.
- Výrobní roboty.
- Plně autonomní řízení mobilního robota.

**Popis problému**  
Nejkratší cesta  
Bezpečná cesta  
Rozumná cesta  
C-space

**Motivace**  
Reprezentace prostředí a robota  
Typy plánovacích algoritmů  
Formulace plánovacího problému (light)

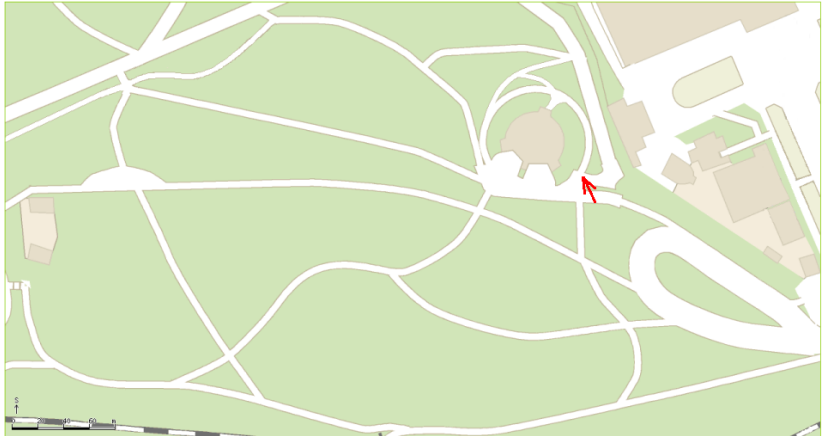
# Mapa



**Popis problému**  
Nejkratší cesta  
Bezpečná cesta  
Rozumná cesta  
C-space

**Motivace**  
Reprezentace prostředí a robota  
Typy plánovacích algoritmů  
Formulace plánovacího problému (light)

# Mapa





**Popis problému**  
Nejkratší cesta  
Bezpečná cesta  
Rozumná cesta  
C-space

**Motivace**  
Reprezentace prostředí a robota  
Typy plánovacích algoritmů  
Formulace plánovacího problému (light)

# Mapa



Popis problému  
Nejkratší cesta  
Bezpečná cesta  
Rozumná cesta  
C-space

Motivace

Reprezentace prostředí a robota

Typy plánovacích algoritmů

Formulace plánovacího problému (light)

# Reprezentace prostředí a robota

- Typy prostředí:
  - diskrétní
  - **spojité**

# Reprezentace prostředí a robota

- Typy prostředí:
  - diskrétní
  - **spojité**
- Typy robota:
  - **bodový**
  - **kruhový**
  - **konvexní**
  - **obecný**

# Reprezentace prostředí a robota

- Typy prostředí:
  - diskrétní
  - **spojité**
- Typy robota:
  - **bodový**
  - **kruhový**
  - **konvexní**
  - **obecný**
- Pohyb robota:
  - **posun**
  - **posun s otáčením**
  - *neholonomní* (např. autíčko)

# Typy plánovacích algoritmů

- Podle přesnosti:
  - **přesné**
  - aproximační
  - nepřesné

# Typy plánovacích algoritmů

- Podle přesnosti:
  - **přesné**
  - aproximační
  - nepřesné
- Podle úplnosti:
  - **úplné**
  - neúplné

# Formulace plánovacího problému (light)

- Vstup:
  - mapa prostředí
  - výchozí pozice robota
  - cílová pozice robota (resp. cílové pozice)

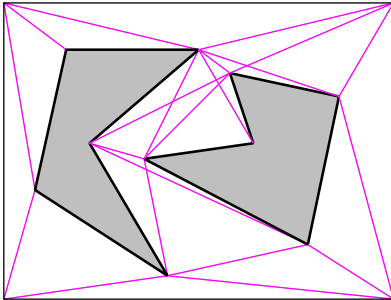
# Formulace plánovacího problému (light)

- Vstup:
  - mapa prostředí
  - výchozí pozice robota
  - cílová pozice robota (resp. cílové pozice)
- Výstup:
  - plán cesty, existuje-li
  - tvrzení o neexistenci v případě opačném

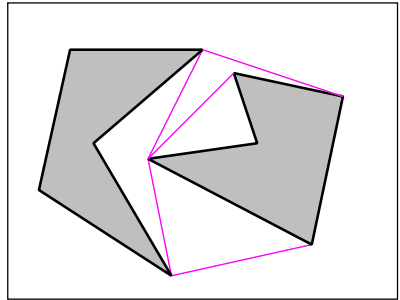


# Nejkratší cesta

# Grafy viditelnosti



(a)



(b)

# Dijkstrův algoritmus

Inicializace:

$$\mathcal{C} := \emptyset$$

$$\mathcal{O} := \{start\}$$

$$d(start) := 0$$

$$prev(v) := \text{undefined}$$

$$\forall v \in V$$

Běh:

while  $\mathcal{O} \neq \emptyset$ :

$$u := \operatorname{argmin}_{v \in \mathcal{O}} d(v)$$

if  $u = \text{cíl}$ : **A je to!**

$$\mathcal{O} := \mathcal{O} \setminus \{u\}$$

$$\mathcal{C} := \mathcal{C} \cup \{u\}$$

update  $v'$

$$\forall v' \in V : (v, v') \in E, v' \notin \mathcal{C}$$

Zklamání:

**Cesta neexistuje.**

A\*

Inicializace:

$$\mathcal{C} := \emptyset$$

$$\mathcal{O} := \{start\}$$

$$d(start) := 0$$

$$prev(v) := \text{undefined}$$

$$\forall v \in V$$

Běh:

while  $\mathcal{O} \neq \emptyset$ :

$$u := \operatorname{argmin}_{v \in \mathcal{O}} f(v)$$

$$f(v) = d(v) + h(v)$$

if  $u = \text{cíl}$ : **A je to!**

$$\mathcal{O} := \mathcal{O} \setminus \{u\}$$

$$\mathcal{C} := \mathcal{C} \cup \{u\}$$

update  $v'$

$$\forall v' \in V : (v, v') \in E, v' \notin \mathcal{C}$$

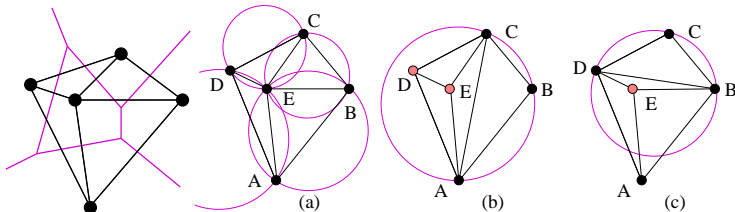
Zklamání:

**Cesta neexistuje.**

# Bezpečná cesta

# Voronoi diagramy

- stromy  $\rightarrow$  řídicí body
- oblast  $\leftrightarrow$  řídicí bod
- hranice oblastí – Voronoi hrany
- pohyb po hraně  $\Rightarrow$  maximální vzdálenost k nejbližším překážkám
- průchodnost hrany = vzdálenost řídicích bodů

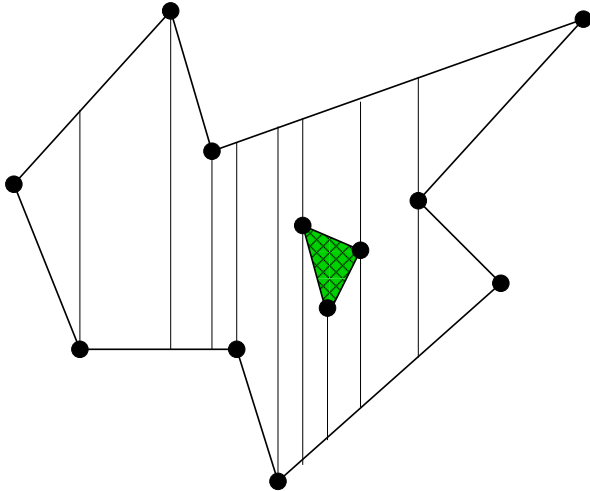


# Rozumná cesta

Popis problému  
Nejkratší cesta  
Bezpečná cesta  
Rozumná cesta  
C-space

Lichoběžníková dekompozice

# Lichoběžníková dekompozice



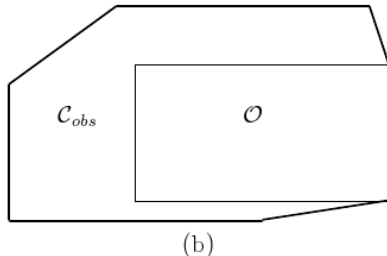
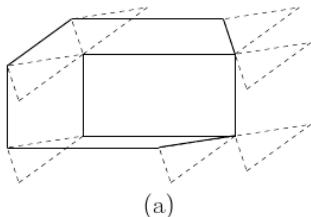


# Prostor konfigurací

Popis problému  
Nejkratší cesta  
Bezpečná cesta  
Rozumná cesta  
**C-space**

**Robot nezanedbatelných rozměrů a s otáčením**  
Prostor konfigurací (C-space)

# Robot nezanedbatelných rozměrů a s otáčením



## Prostor konfigurací ( $\mathcal{C}$ -space)

- Svět:  $\mathcal{W} = \mathbb{R}^2$  (nebo  $\mathbb{R}^3$ )
- Překážky:  $\mathcal{O} \subset \mathcal{W}$
- Robot:  $\mathcal{A}$
- Konfigurace  $q$  popisující polohu  $\mathcal{A}$  ve  $\mathcal{W}$ 
  - Stupeň volnosti: Počet parametrů nutných k popsání  $q$
- Prostor konfigurací:
  - $\mathcal{C}$  ... prostor konfigurací
  - $\mathcal{C} = \mathcal{C}_{free} \cup \mathcal{C}_{obst}$

# Plán v prostoru konfigurací

- Počáteční pozice:  $s \in \mathcal{C}_{free}$
- Cílová pozice:  $t \in \mathcal{C}_{free}$
- Cesta: Spojitá křivka v  $\mathcal{C}_{free}$  (případně s dalšími omezeními)
- Úkol: Najít cestu  $s \rightarrow t$